**Тригонометрическая формула Виета**

Тригонометрическая формула [Виета](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%92%D0%B8%D0%B5%D1%82,_%D0%A4%D1%80%D0%B0%D0%BD%D1%81%D1%83%D0%B0) — один из способов решения [кубического уравнения](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D1%83%D0%B1%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%BE%D0%B5_%D1%83%D1%80%D0%B0%D0%B2%D0%BD%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5) x^3 + ax^2 + bx + c = 0

Первым решение этого уравнения нашел [Никколо Тарталья](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D0%B0%D1%80%D1%82%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D1%8F,_%D0%9D%D0%B8%D0%BA%D0%BE%D0%BB%D0%BE), [Джероламо Кардано](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D0%B6%D0%B5%D1%80%D0%BE%D0%BB%D0%B0%D0%BC%D0%BE_%D0%9A%D0%B0%D1%80%D0%B4%D0%B0%D0%BD%D0%BE) опубликовал его решение в [1545 году](https://ru.wikipedia.org/wiki/1545_%D0%B3%D0%BE%D0%B4) под своим именем (см. [формула Кардано](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D0%BE%D1%80%D0%BC%D1%83%D0%BB%D0%B0_%D0%9A%D0%B0%D1%80%D0%B4%D0%B0%D0%BD%D0%BE)). Однако формула Виета более удобна для практического применения:

**Формула**

* Вычисляем Q=\frac{a^2-3b}{9}, R=\frac{2a^3-9ab+27c}{54}
* Вычисляем S = Q^3 - R^2
* Если S > 0, то вычисляем \phi = \frac{1}{3}\arccos\left(\frac{R}{\sqrt{Q^3}}\right)и имеем три действительных корня:

x_1=-2\sqrt{Q}\cos(\phi)-\frac{a}{3}

x_2=-2\sqrt{Q}\cos\left(\phi+\frac{2}{3}\pi\right)-\frac{a}{3}

x_3=-2\sqrt{Q}\cos\left(\phi-\frac{2}{3}\pi\right)-\frac{a}{3}

* Если S < 0, то заменяем [тригонометрические](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D1%80%D0%B8%D0%B3%D0%BE%D0%BD%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B5_%D1%84%D1%83%D0%BD%D0%BA%D1%86%D0%B8%D0%B8) функции [гиперболическими](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D0%B8%D0%BF%D0%B5%D1%80%D0%B1%D0%BE%D0%BB%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B5_%D1%84%D1%83%D0%BD%D0%BA%D1%86%D0%B8%D0%B8). Здесь возможны следующие случаи в зависимости от знака Q:
  + Q > 0:

\phi = \frac{1}{3}\,\operatorname{Arch}\left(\frac{|R|}{\sqrt{Q^3}}\right)

x_1=-2\sgn(R)\sqrt{Q}\,\operatorname{ch}(\phi)-\frac{a}{3}(действительный корень)

x_{2,3}=\sgn(R)\sqrt{Q}\,\operatorname{ch}(\phi)-\frac{a}{3} \pm i \sqrt{3}\sqrt{Q}\,\operatorname{sh}(\phi)(пара комплексных корней)

* + Q < 0:

\phi = \frac{1}{3}\,\operatorname{Arsh}\left(\frac{|R|}{\sqrt{|Q|^3}}\right)

x_1=-2\sgn(R)\sqrt{|Q|}\, \operatorname{sh}(\phi)-\frac{a}{3}(действительный корень)

x_{2,3}=\sgn(R)\sqrt{|Q|}\, \operatorname{sh}(\phi)-\frac{a}{3} \pm i \sqrt{3} \sqrt{|Q|}\,\operatorname{ch}(\phi)(пара комплексных корней)

* + Q = 0:

x_1=-\sqrt[3]{c-\frac{a^3}{27}}-\frac{a}{3}(действительный корень)

x_{2,3}=-\frac{a+x_1}{2}\pm \frac{i}{2}\sqrt{|(a-3x_1)(a+x_1)-4b|}(пара комплексных корней)

* Если S = 0, то уравнение вырождено и имеет меньше 3 различных решений (второй корень кратности 2):

x_1=-2\sgn(R)\sqrt{Q}-\frac{a}{3}=-2\sqrt[3]{R}-\frac{a}{3}

x_2=\sgn(R)\sqrt{Q}-\frac{a}{3}=\sqrt[3]{R}-\frac{a}{3}