Министерство образования и науки Российской Федерации
Уральский федеральный университет
имени первого Президента России Б. Н. Ельцина

ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНА СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА

Методические указания
по выполнению лабораторной работы по физике
для студентов, обучающихся по техническим (550000)
и технологическим (650000) направлениям

Екатеринбург
УрФУ
2011

УДК 537.2:001.891.57(076)

Составитель: О. Е. Кириллов
Научный редактор – доц. канд. физ.-мат. наук А. Г. Волков

Изучение закона сохранения момента импульса : методические указания по выполнению лабораторной работы / сост. О. Е. Кириллов. Екатеринбург : УрФУ, 2011. 13 с.

Изложены теория и практическая часть проведения лабораторной работы по изучению закона сохранения момента импульса.

Библиогр.: 2 назв. Рис. 2. Табл. 3.

Подготовлено кафедрой физики.

© УрФУ, 2011

ВВЕДЕНИЕ

Два физических маятника, имеющие общую горизонтальную ось вращения, образуют замкнутую систему в момент прохождения ими положения равновесия (в этом положении моменты сил тяжести равны нулю, а других моментов относительно оси вращения просто нет). Следовательно, при прохождении положения равновесия для этой системы выполняется закон сохранения момента импульса:

$$I_1\vec{\omega}_1 + I_2\vec{\omega}_2 = I_1\vec{\omega}_1' + I_2\vec{\omega}_2',$$

где I_1 и I_2 – моменты инерции маятников относительно оси вращения;
$\vec{\omega}_1$ и $\vec{\omega}_2$ – их угловые скорости в положении равновесия до их соударения;
$\vec{\omega}_1'$ и $\vec{\omega}_2'$ – их угловые скорости после взаимодействия (соударения).

До взаимодействия первый маятник покоится ($\vec{\omega}_1 = 0$), а после взаимодействия оба маятника движутся как единое целое, и поэтому закон сохранения момента импульса в проекции на ось вращения принимает вид ($\vec{\omega}_1' = \vec{\omega}_2' = \omega$)

$$I_2\omega_2 = (I_1 + I_2)\omega. \qquad (1)$$

Известно, что период колебаний физического маятника определяется формулой

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgl}},$$

где l – расстояние от оси вращения до центра масс маятника. Тогда, момент инерции маятника 2:

$$I_2 = \frac{m_2 g l_2 T_2^2}{4\pi^2} \text{ (без добавочного груза);} \qquad (2)$$

$$I_{2Г} = \frac{m_{2Г} g l_{2Г} T_{2Г}^2}{4\pi^2} \text{ (с грузом),} \qquad (3)$$

момент инерции системы из двух маятников

$$I_{12} = \frac{m_{12} g l_{12} T_{12}^2}{4\pi^2} \text{ (без груза);} \qquad (4)$$

$$I_{12Г} = \frac{m_{12Г} g l_{12Г} T_{12Г}^2}{4\pi^2} \text{ (с грузом),} \qquad (5)$$

где $l_{12}, l_{12Г}$ – расстояние от оси до центра масс системы из двух маятников без дополнительного груза и с грузом; T_{12}, $T_{12Г}$ – период колебания системы из двух маятников (без груза и с грузом); $m_{12} = m_1 + m_2$, $m_{12Г} = m_1 + m_2 + m_Г$, $m_{2Г} = m_2 + m_Г$.

При отклонении маятника от положения равновесия на угол α центр масс его поднимется на высоту (рис. 1) $h = l(1 - \cos\alpha)$.

Так как до взаимодействия и после взаимодействия на маятник действует только сила тяжести (консервативная), а момент силы сопротивления достаточно мал, из закона сохранения механической энергии

$$mgh = \frac{I\omega^2}{2}$$

можно найти угловую скорость маятника в момент прохождения положения равновесия:

$$\omega = \sqrt{\frac{2mgl(1-\cos\alpha)}{I}},$$

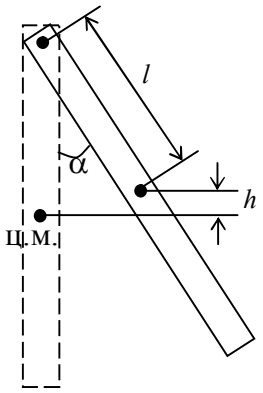

Рис. 1

где $\frac{I\omega^2}{2}$ – энергия колеблющегося маятника при прохождении положения равновесия; mgh – энергия маятника, отклоненного на угол α (при этом его центр масс поднят на высоту h).

В наших опытах первоначально маятник 2 отклоняется от положения равновесия на угол α и, следовательно, его угловая скорость при прохождении положения равновесия (т.е. перед столкновением с маятником 1):

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{2m_2 g l_2 (1-\cos\alpha)}{I_2}} \quad \text{(без добавочного груза);} \qquad (6)$$

$$\omega_{2Г} = \sqrt{\frac{2m_{2Г} g l_{2Г} (1-\cos\alpha)}{I_{2Г}}} \quad \text{(с грузом).} \qquad (7)$$

После столкновения система из двух маятников отклоняется на угол β, и, следовательно, их начальная угловая скорость в положении равновесия:

$$\omega_{12} = \sqrt{\frac{2m_{12} g l_{12} (1-\cos\beta_1)}{I_{12}}} \quad \text{(без добавочного груза)} \qquad (8)$$

$$\omega_{12Г} = \sqrt{\frac{2m_{12Г}gl_{12Г}(1-\cos\beta_2)}{I_{12Г}}} \quad \text{(с грузом).} \tag{9}$$

Подставим (2−5) в (6−9):

$$\omega_2 = \frac{2\pi\sqrt{2(1-\cos\alpha)}}{T_2};\ \omega_{2Г} = \frac{2\pi\sqrt{2(1-\cos\alpha)}}{T_{2Г}};$$

$$\omega_{12} = \frac{2\pi\sqrt{2(1-\cos\beta_1)}}{T_{12}};\ \ \omega_{12Г} = \frac{2\pi\sqrt{2(1-\cos\beta_2)}}{T_{12Г}}.$$

Тогда соответствующие моменты импульса:

$$L_2 = I_2\omega_2 = \frac{m_2gl_2T_2}{2\pi}\sqrt{2(1-\cos\alpha)}; \tag{10}$$

$$L_{12} = I_{12}\omega_{12} = \frac{m_{12}gl_{12}T_{12}}{2\pi}\sqrt{2(1-\cos\beta_1)}; \tag{11}$$

$$L_{2Г} = I_{2Г}\omega_{2Г} = \frac{m_{2Г}gl_{2Г}T_{2Г}}{2\pi}\sqrt{2(1-\cos\alpha)}; \tag{12}$$

$$L_{12Г} = I_{12Г}\omega_{12Г} = \frac{m_{12Г}gl_{12Г}T_{12Г}}{2\pi}\sqrt{2(1-\cos\beta_2)}. \tag{13}$$

Кинетические энергии:

$$W_{k2} = \frac{I_2\omega_2^2}{2} = m_2gl_2(1-\cos\alpha); \tag{14}$$

$$W_{k12} = \frac{I_{12}\omega_{12}^2}{2} = m_{12}gl_{12}(1-\cos\beta_1); \tag{15}$$

$$W_{k2Г} = \frac{I_{2Г}\omega_{2Г}^2}{2} = m_{2Г}gl_{2Г}(1-\cos\alpha); \tag{16}$$

$$W_{k12Г} = \frac{I_{12Г}\omega_{12Г}^2}{2} = m_{12Г}gl_{12Г}(1-\cos\beta_2). \tag{17}$$

Коэффициент восстановления – это отношение энергии после столкновения к энергии до столкновения, то есть

$$k = \frac{W_{k12}}{W_{k2}}; \qquad k_Г = \frac{W_{k12Г}}{W_{k2Г}}.$$

ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

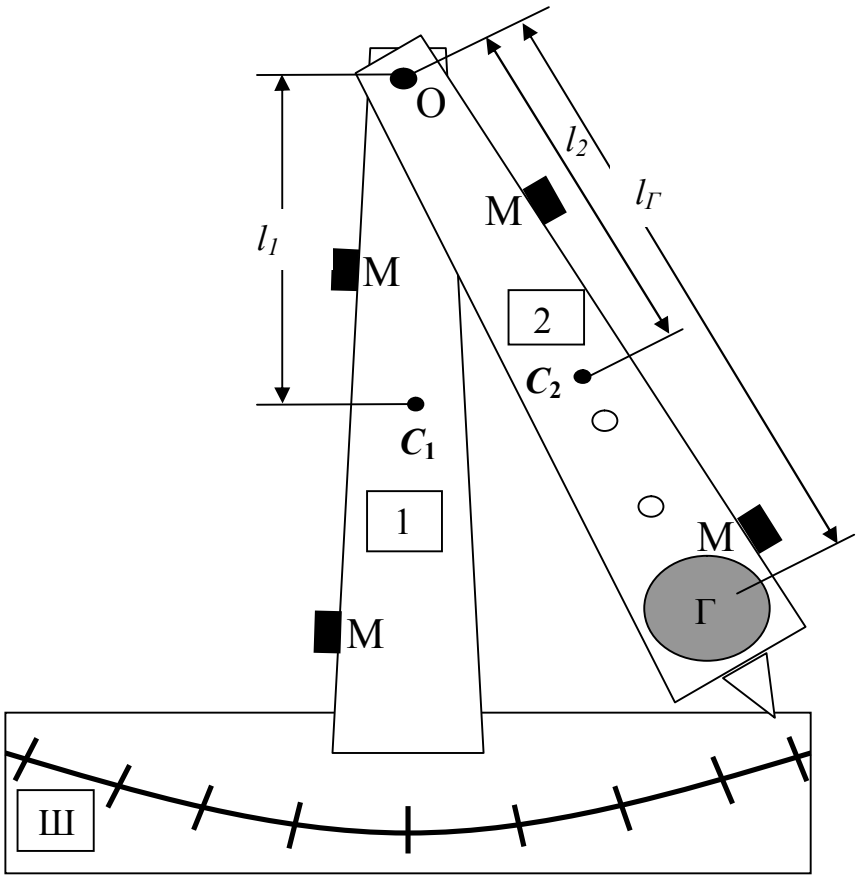

Рис. 2

Установка состоит из двух физических маятников (1) (масса m_1) и (2) (масса m_2), которые независимо могут вращаться вокруг общей оси О (рис. 2). Маятники снабжены магнитами М, с помощью которых они стягиваются и могут вращаться вокруг оси О, как единое целое. Для изменения момента инерции к маятнику 2 может быть прикреплен добавочный груз Г (масса $m_Г$) в трех различных положениях.

На каждом маятнике меткой (C_1, C_2) указано положение центра масс (ц. м.), расстояния которого от оси вращения равны соответственно l_1 и l_2.

Центр масс маятника с добавочным грузом находится от оси вращения на расстоянии

$$l_{2Г} = \frac{m_2 l_2 + m_Г l_Г}{m_{2Г}},$$

где $l_Г$ – расстояние центра груза от оси вращения.

Центр масс двух маятников с добавочным грузом находится от оси вращения на расстоянии

$$l_{12Г} = \frac{m_1 l_1 + m_2 l_2 + m_Г l_Г}{m_{12Г}}.$$

Если добавочный груз отсутствует, то это расстояние

$$l_{12} = \frac{m_1 l_1 + m_2 l_2}{m_{12}}.$$

Угол отклонения маятника от положения равновесия определяется по шкале Ш. В положении равновесия маятники располагаются так, чтобы их визиры находились против нулевой отметки шкалы Ш. Это достигается с помощью винтов в основании установки.

Если отклонить один из маятников и закрепить в отклоненном положении, а второй отклонить и отпустить, то он будет совершать колебательное движение около положения равновесия.

Если же один из маятников отклонить из положения равновесия на угол α (второй при этом оставить в положении равновесия) и отпустить, то после столкновения маятников они начнут двигаться как одно целое и отклонятся от положения равновесия на угол β.

ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

З а д а н и е . Определение момента импульса и кинетической энергии маятников до столкновения и после столкновения. Проверка закона сохранения момента импульса.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ И ОБРАБОТКА ИЗМЕРЕНИЙ

1. Измерьте расстояние l_1, l_2 и $l_Г$. Запишите также значения m_1, m_2 и $m_Г$.
2. Рассчитайте расстояние от оси вращения до центра масс маятников $l_{2Г}$, l_{12} и $l_{12Г}$.
3. Отведите в сторону маятник 1, закрепите его. Определите, ***не менее трех раз***, время N колебаний t_2 маятника 2 и время N колебаний маятника 2 с добавочным грузом $t_{2Г}$. Освободите маятник 1.

Определите, ***не менее трех раз***, время N колебаний системы, состоящей из двух маятников, без дополнительного груза t_{12} и с грузом $t_{12Г}$. Результаты занесите в табл. 1.

4. Рассчитайте периоды колебаний T_2, $T_{2Г}$, T_{12}, $T_{12Г}$.
5. Отклоните маятник 2 (без груза) на угол α (по указанию преподавателя). Маятник 1 при этом находится в положении равновесия. Отпустите маятник 2 и отметьте угол β, на который отклонится система из двух маятников после взаимодействия. Опыт повторите не менее 5 раз и рассчитайте среднее значение угла $\overline{\beta}$ - ***не забывайте в начале каждого опыта сбрасывать показания измерителя угла поворота на ноль.*** Результаты занесите в табл. 2.
6. Повторите опыт п. 6, прикрепив к маятнику 2 добавочный груз Г. Результаты занесите в табл. 3.
7. Рассчитайте моменты импульсов маятников в первом и во втором опытах. Оцените погрешности. Углы, а главное ***погрешности углов записывайте в радианах***.
8. Рассчитайте энергию маятников до и после взаимодействия. Рассчитайте коэффициент восстановления – отношение энергии после столкновения к энергии до столкновения − для первого и второго случая.

По всем вопросам обращайтесь к лаборанту или преподавателю.

Рекомендуемая форма отчёта

Титульный лист

УрФУ
КАФЕДРА ФИЗИКИ

ОТЧЕТ
по лабораторной работе
Изучение закона сохранения
момента импульса

Студент(ка) _____.

Группа _____.

Дата _____.

На внутренних страницах:

1. Цель работы

Изучение закона сохранения момента импульса.

2. Расчетные формулы.

Положение ц.т.:

$$l_{2Г} = \frac{m_2 l_2 + m_Г l_Г}{m_{2Г}};\ l_{12} = \frac{m_1 l_1 + m_2 l_2}{m_{12}};\quad l_{12Г} = \frac{m_1 l_1 + m_2 l_2 + m_Г l_Г}{m_{12Г}}.$$

Моменты импульса:

$$L_2 = \frac{m_2 g l_2 T_2}{2\pi}\sqrt{2(1-\cos\alpha)};\qquad L_{12} = \frac{m_{12} g l_{12} T_{12}}{2\pi}\sqrt{2(1-\cos\beta_1)};$$
$$L_{2Г} = \frac{m_{2Г} g l_{2Г} T_{2Г}}{2\pi}\sqrt{2(1-\cos\alpha)};\qquad L_{12Г} = \frac{m_{12Г} g l_{12Г} T_{12Г}}{2\pi}\sqrt{2(1-\cos\beta_2)}.$$

Кинетические энергии:

$$W_{k2} = m_2 g l_2 (1-\cos\alpha);\qquad W_{k12} = m_{12} g l_{12}(1-\cos\beta_1);$$
$$W_{k2Г} = m_{2Г} g l_{2Г}(1-\cos\alpha);\qquad W_{k12Г} = m_{12Г} g l_{12Г}(1-\cos\beta_2).$$

Коэффициенты восстановления: $k = \frac{W_{k12}}{W_{k2}}$; $k_Г = \frac{W_{k12Г}}{W_{k2Г}}$.

3. Принципиальная схема установки. Установка № ...

4. Средства измерений и их характеристики.
Секундомер: c =
Измеритель угла: c =
Линейка: c =

5. Результаты измерений и их обработка.
5.1. Измерение массы маятников и груза
m_1 = ... ; m_2 = ... ; $m_Г$ = ... ; Δm = ...

5.2. Измерение расстояний до ц.м. и положение груза
l_1 = ... ; l_2 = ... ; $l_Г$ = ... ;
l_{12} = ... ; $l_{12Г}$ = ... ; $l_{2Г}$ = ... ; Δl = ...

5.3. Измерение периода колебаний маятников
N = … колебаний; ΔT = ...

Таблица 1

п/п	t_2, с	t_{12}, с	$t_{12Г}$, с	$t_{2Г}$, с
1				
2				
3				

Средние: $\bar{t}_2$ = … с; $\bar{t}_{2Г}$ = … с; $\bar{t}_{12}$ = … с; $\bar{t}_{12Г}$ = … с
Периоды: T_2 = ... с; $T_{2Г}$ = ... с; T_{12} = ... с; $T_{12Г}$ = ... с.

5.4. Измерение углов отклонения маятников после неупругого столкновения

Без груза α_1 = ... = ... рад; Таблица 2

п/п	1	2	3	4	5
β_1					

$\bar{\beta}_1$ = ... = … рад

С грузом $\alpha_2 = ... = ...$ рад; Таблица 3

п/п	1	2	3	4	5
β_2					

$\overline{\beta}_2 = ... = ...$ рад

5.6. Измерение моментов импульса маятников до столкновения и после столкновения

$$L_2 = \frac{m_2 g l_2 T_2}{2\pi}\sqrt{2(1-\cos\alpha)} = ... \ ;$$

$$L_{12} = \frac{m_{12} g l_{12} T_{12}}{2\pi}\sqrt{2(1-\cos\beta_1)} = ... \ ;$$

$$L_{2Г} = \frac{m_{2Г} g l_{2Г} T_{2Г}}{2\pi}\sqrt{2(1-\cos\alpha)} = ... \ ;$$

$$L_{12Г} = \frac{m_{12Г} g l_{12Г} T_{12Г}}{2\pi}\sqrt{2(1-\cos\beta_2)} = ... \ .$$

Погрешности

$\Delta\alpha = ...$ рад; $\Delta\beta = ...$ рад;

$$\delta L_2 = \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m_2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{l_2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta T}{T_2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\alpha}{2tg(\alpha/2)}\right)^2} = ... \ ;$$

$$\delta L_{12} = \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m_{12}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{l_{12}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta T}{T_{12}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\beta}{2tg(\beta_1/2)}\right)^2} = ... \ ;$$

$$\delta L_{2Г} = \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m_{2Г}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{l_{2Г}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta T}{T_{2Г}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\alpha}{2tg(\alpha/2)}\right)^2} = ... \ ;$$

$$\delta L_{12Г} = \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m_{12Г}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{l_{12Г}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta T}{T_{12Г}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\beta}{2tg(\beta_2/2)}\right)^2} = ... \ ;$$

$\Delta L_2 = \delta L_2 \cdot L_2 = \ldots$; $\Delta L_{12} = \delta L_{12} \cdot L_{12} = \ldots$;

$\Delta L_{2Г} = \delta L_{2Г} \cdot L_{2Г} = \ldots$; $\Delta L_{12Г} = \delta L_{12Г} \cdot L_{12Г} = \ldots$.

Результат измерения момента импульса маятников

$L_2 = ... \pm ...;$ $L_{12} = ... \pm ...;$

$L_2 = ... \pm ....;$ $L_{12Г} = ... \pm ....$

5.7. Измерение кинетической энергии маятников до столкновения и после столкновения

$W_{k2} = m_2 g l_2 (1 - \cos\alpha) =$ … ; $W_{k12} = m_{12} g l_{12} (1 - \cos\beta_1) =$ … ;

коэффициент восстановления $k = ...$;

$W_{k2Г} = m_{2Г} g l_{2Г} (1 - \cos\alpha) =$ … ; $W_{k12Г} = m_{12Г} g l_{12Г} (1 - \cos\beta_2) =$ … ;

коэффициент восстановления $k_Г = ...$.

6. Выводы.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое математический маятник? Физический маятник?
2. От чего зависит период малых колебаний физического маятника?
3. Что называется моментом импульса материальной точки, тела?
4. Запишите закон сохранения момента импульса системы из двух маятников.
5. Как можно определить начальную скорость маятника до взаимодействия?
6. От каких величин зависит момент инерции маятника? Как его изменяют в данной установке?
7. Как рассчитывают расстояние до центра масс системы из двух маятников?

---

1. Савельев И.В. Курс общей физики. Т. I. Механика. Молекулярная физика / И.В. Савельев. − М. : Наука , 1982. − 280 с.
2. Механика и молекулярная физика : учебное пособие к выполнению лабораторных работ / В.К. Герасимов, С.Н. Клыков, С.И. Морозов [и др.]; под ред. А.Е. Гришкевича. – Челябинск : ЮУрГУ, 2005. – 95 с.

Учебное издание

ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНА СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА

Составитель: **Кириллов** Олег Евгеньевич

Редактор *Н.В. Рощина*

Компьютерный набор *авторский*

Подписано в печать 28.02.2011. Формат 60x84 1/16.
Бумага писчая. Плоская печать. Усл. печ. л. 0,75.
Уч.-изд. л. 0,7. Тираж 50 экз. Заказ

Редакционно-издательский отдел УрФУ
620002, Екатеринбург, Мира, 19
rio@mail.ustu.ru

Ризография НИЧ УрФУ
620002, Екатеринбург, Мира, 19